

Leçon 181 : Convexité dans R^n . Applications en algèbre et géométrie

[Aud] : *Géométrie*, Michelle Audin

[Cal-Per] : *Carnet de voyage en Algèbre*, Phillipe Caldero, Marie Peronnier

[Gou] : *Algèbre et probabilité*, Xavier Gourdon

[Mer] : *Cours de géométrie*, Dany-Jack Mercier

[Szp] : *Mathématiques Algèbre L3*, Aviva Szpirglas

[Tau] : *Géométrie*, Patrice Tauvel

I Partie A - Des barycentres [Tau] [Aud][Szp][Mer]

I.1 Barycentres [Aud][Szp][Mer]

■ **Déf 1 (Systèmes de points pondérés) :**

■ **Déf 2 (Barycentre) :**

■ **Ex 3 (Isobarycentre) :** Milieu, centre de gravité d'un triangle, droite affine.

■ **Prop 4 (Associativité du barycentre) :**

App 5 : Intersection des médianes d'un triangle.

I.2 Suite de polygones [Gou] [Cal-Per]

I.3 Coordonnées barycentriques [Mer] [Szp]

II Partie B - Convexité [Szp] [Tau]

■ **Déf 6 (Combinaison convexe, segment) :**

■ **Déf 7 (Convexe) :**

■ **Ex 8 :** Voir [Szp].

■ **Prop 9 (Somme de convexes) :**

■ **Ex 10 :** [Annexe : Faire le dessin d'une somme de convexe].

■ **Prop 11 (Intersection de convexes) :**

Thm 12 (Helly) :

■ **Prop 13 (Adhérence d'un convexe) :**

III Partie D - Dans un euclidien [Szp] [Tau]

Thm 14 (Projection sur un convexe fermé) :

■ **Ex 15 :** [Annexe : Dessin de projections, contre-exemples].

■ **Déf 16 (Hyperplan séparateur) :**

Thm 17 (Hanh-Banach géométrique) :

App 18 (Lemme $O_n(\mathbb{R})$) :

IV Partie C - Enveloppe convexe

IV.1 Enveloppe convexe [Szp] [Tau]

■ **Déf 19 (Enveloppe convexe) :**

■ **Ex 20 :** Simplexe simple.

Thm 21 (Carathéodory) :

App 22 (Enveloppe convexe d'un compact) :

■ **Dév 23 (Enveloppe convexe de $O_n(\mathbb{R})$) :**

IV.2 Points extrémaux [Szp] [Tau]

■ **Déf 24 (Point extrémal) :**

■ **Ex 25 (Points extrémaux de $O_n(\mathbb{R})$) :**

■ **Ex 26 (Points extrémaux de la boule unité) :**

■ **Déf 27 (Hyperpaln d'appui) :**

■ **Prop 28 (Existence) :**

■ **Dév 29 (Krein-Milman) :**

V Partie E - Fonctions convexes [Szp]

V.1 Fonction convexe

V.2 Le cas affine